

**Aufgabe 1:**

[25 Punkte]

Sie interessieren sich für die Determinanten der schulischen Bildung. Sie vermuten, dass die schulische Ausbildungszeit abhängt von der Bildung der Eltern und der Anzahl der Geschwister, die eine Person hat. Sie unterstellen folgendes Modell (Modell A):

$$educ_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot sibs_i + \beta_2 \cdot meduc_i + \beta_3 \cdot feduc_i + \beta_4 \cdot age_i + \beta_5 \cdot age_i^2 + \beta_6 \cdot urban_i + \varepsilon_i$$

- educ<sub>i</sub>*: schulische Ausbildungszeit der *i*-ten Person (in Jahren)  
*sibs<sub>i</sub>*: Anzahl der Geschwister der *i*-ten Person  
*meduc<sub>i</sub>*: schulische Ausbildungszeit der Mutter der *i*-ten Person (in Jahren)  
*feduc<sub>i</sub>*: schulische Ausbildungszeit des Vaters der *i*-ten Person (in Jahren)  
*age<sub>i</sub>*: Alter in Jahren  
*urban<sub>i</sub>*: Dummy-Variable (=1, wenn Person *i* in städtischen Regionen aufgewachsen ist)

Die Auswertung einer Stichprobe von 722 erwerbstätigen Männern im Alter von 28 bis 37 Jahren ergibt folgenden Output:

```
Call:
lm(formula = educ ~ sibs + meduc + feduc + age + I(age^2) + urban)

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -19.594847   9.917491  -1.976  0.04856 *
sibs         -0.084677   0.034378  -2.463  0.01401 *
meduc         0.135033     ???       4.151  3.71e-05 ***
feduc         ???       0.027542   7.605  8.98e-14 ***
age           1.769902   0.600087   2.949  0.00329 **
I(age^2)     -0.026054   0.009032  -2.885  0.00404 **
urban         0.156258   0.165193   0.946  0.34451
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.974 on 715 degrees of freedom
Multiple R-Squared:  ???,    Adjusted R-squared:  0.2209
F-statistic: 35.06 on 6 and 715 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

**a) Berechnen Sie unter Angabe des Rechenwegs**

(5 Punkte)

**a1) den Standardfehler für  $b_2$  ;**

-  $se(b_2) = \frac{b_2}{t_{b_2}} = \frac{0.135033}{4.151} = 0.0325$

**a2) den geschätzten Koeffizienten für  $\beta_3$  ;**

-  $b_3 = se(b_3) \cdot t_{b_3} = 0.027542 \cdot 7.605 = 0.2094$

**a3) ein 95%-Konfidenzintervall für  $b_6$  ;**

-  $[b_6 - t_c \cdot se(b_6); b_6 + t_c \cdot se(b_6)]$   
 =  $[0.1562 - 1.96 \cdot 0.1652; 0.1562 + 1.96 \cdot 0.1652]$   
 =  $[-0.1676; 0.4799]$

**a4)  $R^2$ .**

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{\left(\frac{1}{N-K}\right) \cdot \sum e_i^2}{\left(\frac{1}{N-1}\right) \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(N-1) \cdot \sum e_i^2}{(N-K) \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \bar{R}^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sum e_i^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} = \frac{N-K}{N-1} \cdot (1 - \bar{R}^2)$$

Da  $R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}$ , folgt  $R^2 = 1 - \frac{N-K}{N-1} \cdot (1 - \bar{R}^2)$ .

Hier:  $R^2 = 1 - \frac{722-7}{721} \cdot (1 - 0.2209) = 0.2274$

**b) Interpretieren Sie die Koeffizienten  $b_1$  und  $b_2$  inhaltlich und statistisch. (2 Punkte)**

- $b_1$ : Ein zusätzlicher Bruder oder eine zusätzliche Schwester geht einher mit der Absenkung der erwarteten Schulausbildungszeit um 0.085 Jahre; der Koeffizient ist auf dem 5%-Niveau statistisch signifikant.
- $b_2$ : Ein zusätzliches Jahr schulischer Ausbildung der Mutter geht einher mit einer um 0.135 Jahre höheren Schulbildung; der Koeffizient ist auf dem 1%-Niveau statistisch signifikant.

**c) Berechnen Sie den marginalen Effekt des Alters am Stichprobenmittel (= 32,9 Jahre) und interpretieren Sie diesen inhaltlich. (3 Punkte)**

$$\frac{\partial educ_i}{\partial age_i} = \beta_4 + 2 \cdot \beta_5 \cdot age_i$$

$$\Rightarrow \left. \frac{\partial educ_i}{\partial age_i} \right|_{age=32.9} = 1.7699 + 2 \cdot (-0.02605) \cdot 32.9 = 0.056$$

- Ältere haben im Mittel eine leicht höhere Ausbildung: Im Vergleich zu einem Mann im Alter von 32.9 Jahren hat ein um ein Jahr älterer Mann eine um 0.056 Jahre höhere erwartete Ausbildungsdauer.

**d) Um mögliche Kohorteneffekte angemessener abbilden zu können, werden statt  $age$  und  $age^2$  Dummy-Variablen (in 2er-Jahresschritten:  $age1$  – Alter zwischen 28 und unter 30;  $age2$  – Alter zwischen 30 und unter 32, etc.) in das Modell aufgenommen (Modell B): (5 Punkte)**

```
Call:
lm(formula = educ ~ sibs + meduc + feduc + age1 + age2 + age3 + age4 + urban)
```

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	
(Intercept)	10.156069	0.385269	26.361	< 2e-16	***
sibs	-0.085994	0.034442	-2.497	0.0128	*
meduc	0.136387	0.032563	4.188	3.16e-05	***
feduc	0.211012	0.027579	7.651	6.47e-14	***
age1	-0.565485	0.237234	-2.384	0.0174	*
age2	0.009061	0.205658	0.044	0.9649	
age3	0.291775	0.217727	1.340	0.1806	
age4	0.125481	0.245191	0.512	0.6090	
urban	0.172182	0.166497	1.034	0.3014	

---

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.975 on 713 degrees of freedom
Multiple R-Squared:  0.2286,    Adjusted R-squared:  0.22
F-statistic: 26.41 on 8 and 713 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

**d1) Interpretieren Sie den Koeffizienten der Variable age1 inhaltlich.**

- Referenzkategorie: age5 (=1, wenn Alter gleich 36 oder 37).
- Eine Person im Alter von 28 und 29 Jahren (age1) hat c.p. eine um 0.56 Jahre niedrigere erwartete Ausbildungsdauer im Vergleich zu einer Person im Alter von 36 oder 37 Jahren.

**d2) Welches der beiden Modelle ist zu bevorzugen? Ziehen Sie hierzu die AIC-Werte der beiden Modelle heran; die Summe der quadrierten geschätzten Residuen beträgt 2786.123 in Modell A und 2781.146 in Modell B.**

- $AIC = \log \frac{1}{N} \sum e_i^2 + \frac{2K}{N}$
- $AIC_A = \log \left( \frac{1}{722} \cdot 2786.123 \right) + \frac{2 \cdot 7}{722} = 1.3698$
- $AIC_B = \log \left( \frac{1}{722} \cdot 2781.146 \right) + \frac{2 \cdot 9}{722} = 1.3735$
- $AIC_A < AIC_B$ : Modell A ist zu bevorzugen.

**e) Sie vermuten, dass die Fehlertermvarianz mit steigendem Alter variiert:  $\text{var}(\varepsilon_i) = \sigma_i^2 = \sigma^2 \cdot \text{age}_i^2$ . (10 Punkte)**

**e1) Wie kann man Modell (A) so transformieren, dass die Heteroskedastie eliminiert wird? Stellen Sie zudem formal die Auswirkung der Transformation auf die Varianz des Störterms dar.**

- Alle Parameter durch *age* dividieren:

$$\frac{\text{educ}_i}{\text{age}_i} = \frac{\beta_0}{\text{age}_i} + \beta_1 \frac{\text{sibs}_i}{\text{age}_i} + \dots + \frac{\varepsilon_i}{\text{age}_i}$$

- $\text{var} \left( \frac{\varepsilon_i}{\text{age}_i} \right) = \frac{1}{\text{age}_i^2} \cdot \text{var}(\varepsilon_i) = \frac{1}{\text{age}_i^2} \cdot \sigma^2 \cdot \text{age}_i^2 = \sigma^2$ , der resultierende Störterm ist homoskedastisch.

**e2) Beschreiben Sie kurz die Vorgehensweise des Breusch-Pagan Tests und testen Sie mit den folgenden Angaben am 5% Niveau auf Heteroskedastie. Geben Sie hierzu auch den kritischen Wert an.**

```
Studentized Breusch-Pagan test

data:  mod.A
BP = 20.1235, df = 6
```

- Vorgehensweise:
  - quadrierte Werte der KQ-Residuen auf die erklärenden Größen des KQ-Modells regressieren;
  - $R^2$  aus Hilfsregression mit  $N$  multiplizieren;
  - $N \cdot R^2$  ist  $\chi^2$ -verteilt mit  $J$  Freiheitsgraden ( $J$  = Anzahl der Steigungsparameter, also ohne Konstante).
- Kritischer Wert der  $\chi^2$ -Verteilung mit 6 Freiheitsgraden am 5%-Niveau: 12.59
- $12.59 < 20.1235 = N \cdot R^2$

- $H_0$  (keine Heteroskedastie) wird verworfen.

**e3) Welchen allgemeineren Test kann man als Alternative zum Breusch-Pagan Test heranziehen? Skizzieren Sie kurz einen Vor- und einen Nachteil.**

- Allgemeiner als der BP-Test ist der White-Test.
- Vorteil: Der White-Test macht keine konkrete Annahme über die Form der Heteroskedastie.
- Nachteil: Der Test hat bei vielen Alternativen nur eine geringe Stärke (Typ-II Fehler ist potenziell hoch).

**Aufgabe 2:**

**[10 Punkte]**

**Sie untersuchen, ob die Wirtschaftsleistung in den USA Auswirkung hat auf die Erwerbsbeteiligung in Puerto Rico. Ihnen liegen hierfür Daten des Zeitraums zwischen 1965 bis einschließlich 2004 zur Verfügung. Sie schätzen folgendes Modell:**

$$\log(\text{share}_t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \log(\text{usgnp}_t) + \beta_2 \cdot \log(\text{prgnp}_t) + \varepsilon_t$$

mit

- share<sub>t</sub>:** Anteil der erwerbstätigen Personen an der Bevölkerung zum Zeitpunkt  $t$
- usgnp<sub>t</sub>:** Bruttosozialprodukt in den USA zum Zeitpunkt  $t$  (in Mrd. 1985-US-Dollar)
- prgnp<sub>t</sub>:** Bruttosozialprodukt in Puerto Rico zum Zeitpunkt  $t$  (in Mrd. 1985-US-Dollar)

**a) Wie berechnen Sie die Vorhersage für die Erwerbsbeteiligung, wenn Ihnen Schätzergebnisse vorliegen? (2 Punkte)**

- Gesucht ist  $E\{\text{share}_t | x_t\}$ . Es ist dabei zu beachten, dass  $E\{\log(\text{share}_t | x_t)\} \neq \log(E\{\text{share}_t | x_t\})$ .
- Unterstellt man, dass  $\varepsilon_t \sim (0, \sigma_\varepsilon^2)$ , dann gilt für die Vorhersage:

$$E\{\text{share}_t | x_t\} = \exp\left\{E\{\log(\text{share}_t | x_t)\} + \frac{1}{2}\sigma_\varepsilon^2\right\} = \exp\left\{\log(x_t)' \gamma + \frac{1}{2}\sigma_\varepsilon^2\right\}.$$

**b) Der geschätzte Autokorrelationskoeffizient betrage 0.3495. Berechnen Sie die Teststatistik des Durbin-Watson Tests und testen Sie auf dem 5% Niveau, ob positive Autokorrelation 1. Ordnung vorliegt. Geben Sie hierzu auch die Nullhypothese, die Alternativhypothese sowie die Freiheitsgrade und die jeweiligen kritischen Werte an. (5 Punkte)**

- $dw \approx 2 - 2\hat{\rho} = 2 - 2 \cdot 0.3495 = 1.301$
- $H_0: \rho = 0 \quad H_1: \rho > 0$
- $H_0: \rho = 0 \quad H_1: \rho > 0$
- mit  $K = 3$  (inkl. Konstante) und  $T = 40$  erhält man  $d_L = 1.39$ ;  $d_U = 1.60$ .
- $dw = 1.301 < 1.39 = d_L$ . Die Nullhypothese wird verworfen, es liegt positive Autokorrelation 1. Ordnung vor.

**c) Wie ändern Sie das Testprozedere, wenn zusätzlich die Variable  $y_{t-1}$  im Modell berücksichtigt wird? Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise. (3 Punkte)**

- Asymptotischer Test: Die Residuen aus  $t$ ,  $\varepsilon_t$ , werden regressiert auf  $x_t$ ,  $y_{t-1}$  sowie  $\varepsilon_{t-1}$ ;
- Zwei Alternativen:
  - 1) Mit einem  $t$ -Test kann sodann getestet werden, ob der Koeffizient zu  $\varepsilon_{t-1}$ ,  $\rho$ , statistisch signifikant von Null verschieden ist; dies würde auf Autokorrelation schließen lassen.

2)  $R^2$  der Hilfsregression heranziehen und Teststatistik  $(T-1) \cdot R^2$  berechnen. Diese ist  $\chi^2$ -verteilt mit einem Freiheitsgrad. Ist die Teststatistik größer als der kritische Wert, wird  $H_0: \rho = 0$  verworfen.

**Aufgabe 3:**

[11 Punkte]

Sie untersuchen die Renditen der Bildung. Auf Grundlage der Humankapitaltheorie schätzen Sie hierzu für 428 erwerbstätige Frauen folgende Verdienstfunktion:

$$lwage_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot educ_i + \beta_2 \cdot exper_i + \beta_2 \cdot exper_i^2 + \varepsilon_i,$$

wobei

*lwage<sub>i</sub>*: logarithmierter Verdienst (in €) von Person *i*

*educ<sub>i</sub>*: Jahre der (schulischen) Bildung von Person *i*

*exper<sub>i</sub>*: betriebsspezifische Erfahrung von Person *i* (in Jahren)

*fatheduc<sub>i</sub>*: Jahre der (schulischen) Bildung des Vaters von Person *i*

*motheduc<sub>i</sub>*: Jahre der (schulischen) Bildung der Mutter von Person *i*

In der nachfolgenden Tabelle sind die Ergebnisse einer KQ-Schätzung (1), einer Hilfsregression (2), einer IV-Schätzung (3) sowie einer KQ-Schätzung einer reduzierten Gleichung (4) dargelegt:

Abh. Variable	(1) lwage	(2) lwage	(3) lwage	(4) educ
constant	-0.522*** (0.20)	0.0743 (0.41)	0.0481 (0.40)	9.480*** (0.32)
educ	0.107*** (0.014)	0.0609* (0.031)	0.0614* (0.031)	—
exper	0.0416*** (0.013)	0.0415*** (0.013)	0.0442*** (0.013)	—
expersq	-0.000811** (0.00039)	-0.000840** (0.00039)	-0.000899** (0.00040)	—
$\nu$	—	0.0586* (0.035)	—	—
fatheduc	—	—	—	0.188*** (0.034)
motheduc	—	—	—	0.156*** (0.036)
$R^2$	0.16	0.16	—	0.21

Standardfehler in Klammern

\*\*\*  $p < 0.01$ , \*\*  $p < 0.05$ , \*  $p < 0.1$

a) Sie vermuten, dass *educ* eine endogene Variable ist. Welche Annahmeverletzung liegt dem Endogenitätsproblem zugrunde? Was wäre die Konsequenz? (2 Punkte)

- Verletzung der Annahme, dass  $cov(educ, \varepsilon) = 0$ ;
- Wenn *educ* endogen ist, ist der KQ-Schätzer verzerrt und inkonsistent.

b) Welcher Test liegt der Hilfsregression in Spalte (2) zugrunde? Beschreiben Sie diesen kurz. Wie ist das Testergebnis hier? (4 Punkte)

- (Durbin-Wu-)Hausman-Test;
- Vorgehensweise:
  - Potenziell endogene Variable [auf alle weiteren erklärenden Größen des Modells (hier: *exper*, *expersq*) und] auf die Instrumente (hier: *fatheduc* und *motheduc*) regressieren;
  - Residuen aus dieser Hilfsregression werden als erklärende Größe  $\nu$  in weiterer Hilfsregression (Spalte 2) verwendet;
  - Ist  $\nu$  signifikant von Null verschieden (*t*-Test), liegt Endogenität vor.

- Hier:  $\nu$  ist am 10% Niveau signifikant;  $H_0: cov(educ, \varepsilon) = 0$  wird bei  $\alpha = 0.1$  verworfen.
- c) **Die IV-Schätzung in Spalte (3) zieht *fatheduc* und *motheduc* als Instrumente heran. Ist dies eine gute Wahl? Nennen Sie die allgemeinen Bedingungen und interpretieren Sie diesbezüglich die Ergebnisse der reduzierten Gleichung in Spalte (4).** (3 Punkte)
  - Ein gutes Instrument liegt vor, wenn  $Z$  mit dem endogenen  $X$ , aber nicht mit  $\varepsilon$  und damit nicht mit  $Y$  korreliert ist.
  - Hier: In der Hilfsregression sind beide Instrumentvariablen, *fatheduc* und *motheduc*, auf dem 1% Niveau statistisch signifikant; somit ist eine Bedingung vermutlich erfüllt.
- d) **Was versteht man unter Überidentifikation?** (2 Punkte)
  - Unter Überidentifikation versteht man eine Situation, in der mehr Instrumentvariablen  $R$  als endogene Variablen (und damit Momentenbedingungen)  $K$  vorliegen ( $R > K$ ).

**Aufgabe 4:**

[14 Punkte]

Sie interessieren sich für die Determinanten der an einer großen US-amerikanischen Universität erbrachten Leistungen. Ihnen stehen für 728 Studierende für zwei Semester Daten zu folgenden Variablen zur Verfügung:

- gpa* Durchschnittsnoten-Index (zwischen 0-mangelhaft und 4-sehr gut) von StudentIn  $i$
- black* =1, wenn StudentIn  $i$  Afro-AmerikanerIn ist
- female* =1, wenn StudentIn  $i$  eine Frau ist
- hssize* Größe der High School-Abschlussklasse von StudentIn  $i$
- football* =1, wenn StudentIn  $i$  FußballspielerIn in der Universitätsmannschaft ist

Bei Anwendung unterschiedlicher Verfahren ergeben sich folgende Schätzergebnisse:

Abhängige Variable: <i>gpa</i>	gepooltes KQ	between	within	random effects
Constant	2.407*** (0.058)	2.405*** (0.073)	2.694*** (0.37)	2.416*** (0.072)
<i>black</i>	-0.513*** (0.065)	-0.527*** (0.081)	—	-0.515*** (0.081)
<i>female</i>	0.433*** (0.064)	0.435*** (0.080)	—	0.424*** (0.080)
<i>hssize</i>	-0.0354 (0.13)	-0.0375 (0.16)	0.120 (0.10)	-0.0337 (0.16)
<i>football</i>	-0.210*** (0.061)	-0.199** (0.077)	-1.252*** (0.46)	-0.228*** (0.076)

Anmerkungen: Standardfehler in Klammern; \*\*\*  $p < 0.01$ , \*\*  $p < 0.05$ , \*  $p < 0.1$

- a) **Erläutern Sie ausführlich, wieso bei der within Schätzung keine Koeffizienten für *black* und *female* ausgewiesen werden.** (3 Punkte)
  - Die Regressoren *black* und *female* sind zeitkonstante Größen und weisen daher keine ‚within‘-Variation, also Variation über die Zeit pro Beobachtungseinheit, auf. Genau diese ist aber Grundlage für den within-Schätzer: Von den jeweiligen Beobachtungen für Person  $i$  zum Zeitpunkt  $t$  wird pro Variable der personenbezogene Mittelwert über die Zeit abgezogen. Bei zeitkonstanten Größen ergibt sich hier somit Null für die transformierten Daten.
- b) **Wieso können sich die Ergebnisse der within und random effects Schätzung erheblich unterscheiden? Führen Sie zwei mögliche Begründungen an.** (3 Punkte)
  - z. B.:

- Der within-Schätzer basiert auf transformierten Daten (s. Teilaufgabe a), sodass sich durch die unterschiedliche Datengrundlage Unterschiede in den Schätzerresultaten ergeben können;
- Korrelation zwischen den  $\alpha_i$  und den Kovariaten ist beim random effects-Schätzer nicht zulässig; liegt diese jedoch vor, ist der Schätzer inkonsistent.

c) **Zeigen Sie, dass der gepoolte KQ-Schätzer  $b = \sum (x_{it}x'_{it})^{-1} x_{it}y_{it}$  verzerrt ist, wenn das ‚wahre‘ Modell  $y_{it} = x'_{it}\beta + \alpha_i + \varepsilon_{it}$  ist, mit  $\alpha_i$  als nicht-beobachtbarer, nicht-stochastischer zeitkonstanter Größe.** (4 Punkte)

- Zu zeigen:  $E(b) \neq \beta$

$$\begin{aligned} E(b) &= E\left\{\sum (x_{it}x'_{it})^{-1} x_{it}y_{it}\right\} \\ &= E\left\{\sum (x_{it}x'_{it})^{-1} x_{it}(x'_{it}\beta + \alpha_i + \varepsilon_{it})\right\} \\ &= E\left\{\sum (x_{it}x'_{it})^{-1} x_{it}x'_{it}\beta + \sum (x_{it}x'_{it})^{-1} x_{it}\alpha_i + \sum (x_{it}x'_{it})^{-1} x_{it}\varepsilon_{it}\right\} \\ &= E\left\{\underbrace{\sum (x_{it}x'_{it})^{-1} x_{it}x'_{it}\beta}_{=\beta} + \underbrace{\sum (x_{it}x'_{it})^{-1} x_{it}\alpha_i}_{\neq 0} + \underbrace{\sum (x_{it}x'_{it})^{-1} x_{it}\varepsilon_{it}}_{=0}\right\} \end{aligned}$$

- Der erste Term entspricht  $\beta$ , der letzte Term ist mit den zugrunde liegenden Annahmen der Exogenität gleich Null. Nimmt man an, dass  $\alpha_i \neq 0$ , dann ist der zweite Term ungleich Null und damit  $E(b) \neq \beta$ .

d) **Der EGLS-Schätzer des random effects Modells kann bestimmt werden über eine KQ-Schätzung des folgenden transformierten Modells:** (4 Punkte)

$$(y_{it} - \vartheta \bar{y}_i) = \mu(1 - \vartheta) + (x'_{it} - \vartheta \bar{x}_i)' \beta + u_{it}$$

d1) **Der Parameter  $\vartheta$  liegt zwischen 0 und 1. Welche Schätzer resultieren, wenn  $\vartheta = 0$  bzw.  $\vartheta = 1$ ?**

- Ist  $\vartheta = 0$ , so ergibt sich der gepoolte KQ-Schätzer, ist  $\vartheta = 1$ , so erhält man den within-Schätzer.

d2) **Berechnen Sie  $\vartheta$ , gegeben dass  $\hat{\sigma}_\alpha^2 = 0.3510$  und  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 0.2095$ . Hierbei sind  $\alpha_i$  und  $\varepsilon_{it}$  die Fehlertermkomponenten des zugrunde liegenden random effects Modells.**

- Gesucht:  $\vartheta = 1 - \psi^{1/2}$

- Mit  $\psi = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2 + T\sigma_\alpha^2}$  folgt:  $\psi = \frac{0.351}{0.351 + 2 \cdot 0.2095} = 0.4558$

- Damit:  $\vartheta = 1 - \psi^{1/2} = 1 - 0.4558^{1/2} = 0.3248$

**Aufgabe 5:**

**[45 Punkte]**

Wahr oder falsch? Tragen Sie für jede der folgenden Aussagen ein „w“ für „wahr“ oder ein „f“ für „falsch“ ein. Für jede richtige Antwort gibt es 0.75 Punkte, für jede falsche Antwort werden 0.75 Punkte abgezogen. Die Gesamtpunktzahl kann nicht negativ werden.

<b>F</b>	Zu den Gauss-Markov-Annahmen gehört, dass der Erwartungswert der Regressionskonstante Null ist.
----------	-------------------------------------------------------------------------------------------------

Musterlösung zur Diplomprüfung Ökonometrie im SS 07

W	Marginale Effekte beschreiben den Zusammenhang zwischen der abhängigen und einer erklärenden Variablen, gegeben der Wert aller anderen im Modell berücksichtigten erklärenden Variablen.
F	Bei Heteroskedastie können KQ-Schätzer nicht mehr unverzerrt sein.
W	Die Annahme $\varepsilon_i \sim i.i.d.(0, \sigma^2)$ schließt sowohl Heteroskedastie als auch Autokorrelation aus.
F	Der "Encompassing Test" wird genutzt, um alternative Spezifikationen der abhängigen Variablen gegeneinander zu testen.
W	Beim random effects Modell enthält der Störterm zwei Komponenten, wovon eine ein reiner Zufallsstörterm ist.
W	Die Streuung der Steigungsparameter im Kleinstquadrateschätzer variiert mit der Anzahl der Stichprobenelemente.
W	Der KQ Schätzer ist nur dann konsistent, wenn erklärende Variablen und Störterm unkorreliert sind.
W	Bei falschen Standardfehlern sind Schlussfolgerungen auf Basis von $t$ -Tests ungültig.
W	Das "nonlinear least squares" Verfahren erlaubt es, solche Spezifikationen zu schätzen, die nicht-linear in den Parametern sind.
W	Der Wert des $R^2$ kann nicht kleiner als Null sein.
F	Auf Basis linearer Modelle geschätzte Koeffizienten können immer als Kausaleffekte interpretiert werden.
W	Der within Schätzer verwendet als Regressoren die beobachtungsspezifischen (i,t) Abweichungen vom Mittelwert der Variable pro Beobachtungseinheit (i).
W	Heteroskedastieprobleme können mit einem verallgemeinerten KQ-Schätzer gelöst werden.
W	Unter einem Interaktionsterm versteht man das Produkt zweier erklärender Variablen.
W	Messfehler in den erklärenden Variablen führen zu inkonsistenten KQ-Schätzern.
W	Wird ein log-lineares Modell geschätzt, so spielt bei der Vorhersage der nicht-logarithmierten abhängigen Variable die Annahme an die Verteilung des Störterms eine Rolle.
F	Die Werte der $t$ -Verteilung sind symmetrisch um den Wert 1.96 verteilt.
F	Beim einfachen $t$ -Test werden Hypothesen zu Eigenschaften des Störterms überprüft.
F	Charakteristisch für Heteroskedastie ist, dass die Störterme nicht zufällig um den Wert Null schwanken.
F	$t$ -Tests werden nicht verwendet, um Hypothesen, die mehrere Koeffizienten gleichzeitig betreffen, zu überprüfen.
F	Wenn der Wahrscheinlichkeitsgrenzwert eines Schätzers dem wahren Wert entspricht, nennt man den Schätzer effizient.
W	Im einfachen Regressionsmodell führt ein Messfehler in der erklärenden Variable dazu, dass der mit KQ geschätzte Steigungsparameter gegen Null hin verzerrt ist.
W	AIC und BIC Kriterium bewerten die Güte von Schätzmodellen auf Basis der nicht erklärten Variation, der Anzahl der Parameter sowie der Anzahl der Beobachtungen.
F	Der Typ II Fehler beschreibt eine Situation in der eine nicht zutreffende Nullhypothese verworfen wird.



**Lehrstuhl für Statistik und emp. Wirtschaftsforschung, Prof. Regina T. Riphahn, Ph.D.**  
**Musterlösung zur Diplomprüfung Ökonometrie im SS 07**

<b>F</b>	Homoskedastische Störterme haben eine Varianz von 1.
<b>W</b>	Die Gleichheit zweier Varianzen kann mittels eines F-Tests überprüft werden.
<b>W</b>	Werden erklärende Variablen endogen aus dem Modellrahmen heraus bestimmt, so führt dies zu inkonsistenten KQ-Schätzern.
<b>F</b>	Der GLS Schätzer im random effects Modell stellt einen Mittelwert zwischen random effects und fixed effects Schätzer dar.
<b>W</b>	Die Teststatistik des Breusch-Pagan Tests ist asymptotisch Chi-quadrat verteilt.
<b>W</b>	Die Transponierte einer Matrix ist ebenfalls eine Matrix.
<b>W</b>	Der (Durbin-Wu-) Hausman Test bietet eine Möglichkeit, die Endogenität einer erklärenden Variablen zu überprüfen.
<b>W</b>	Der "PE Test" wird genutzt, um nicht genestete Modelle zu vergleichen.
<b>F</b>	Mit steigender Zahl von Freiheitsgraden konvergiert die t-Verteilung zur F-Verteilung.
<b>W</b>	Die Teststatistik des White-Tests ist asymptotisch Chi-quadrat verteilt.
<b>F</b>	Liegen in einem Modell statt einer drei endogene Variable vor, so reicht eine zusätzliche Instrumentvariable aus, um das Problem zu lösen.
<b>W</b>	Wenn zwei oder mehr im Zeitreihensinn aufeinander folgende Störterme korreliert sind, sprechen wir von Autokorrelation.
<b>F</b>	Random effects Schätzer sind inkonsistent, wenn der beobachtungsspezifische Teil des Störterms (der random effect) mit der abhängigen Variable korreliert ist.
<b>W</b>	Besonders präzise Vorhersagen erhält man, wenn diese für solche Werte der erklärenden Variablen erfolgen, die in der Nähe des Mittelwertes der beobachteten Ausprägungen liegen.
<b>F</b>	Bei Autokorrelation erster Ordnung wird der Wert eines Störterms unmittelbar vom Wert des Störterms in den beiden vorausgehenden Perioden beeinflusst.
<b>W</b>	Die Normalgleichungen im einfachen Regressionsmodell sind zwei Momentenbedingungen.
<b>F</b>	Die Standardnormalverteilung hat eine Standardabweichung von Null.
<b>W</b>	Bei stationären Störtermprozessen sind die Störterme mit wachsendem zeitlichen Abstand zunehmend schwächer korreliert.
<b>F</b>	Ein Modell mit hohem Wert des BIC-Kriteriums passt besser zu den Daten als eins mit niedrigem BIC-Wert.
<b>W</b>	Das Gauss-Markov-Theorem beschreibt die Eigenschaften des KQ-Schätzers unter bestimmten Annahmen.
<b>F</b>	Ein schwaches Instrument liegt dann vor, wenn die Instrumentvariable eine Varianz unter 10 hat.
<b>W</b>	Die Summe quadrierter, standardnormalverteilter Zufallsvariablen ist Chi-quadrat verteilt.
<b>F</b>	Der Durbin-Watson Test auf Autokorrelation ist nur anwendbar, wenn das Modell mindestens zwei Steigungsparameter enthält.
<b>W</b>	Die Breite des Vorhersageintervalls für die abhängige Variable variiert mit der Streuung des Störterms.

<b>W</b>	Bei überidentifizierten GMM Modellen wird eine Gewichtungsmatrix benutzt.
<b>F</b>	Eine Normalgleichung beschreibt die Zielfunktion des KQ-Schätzers.
<b>W</b>	Newey-West Standardfehler basieren auf einer modifizierten Autokorrelationsannahme.
<b>W</b>	Liegt keine Autokorrelation vor, so ergibt sich für die Durbin-Watson Teststatistik ein Wert von 2.
<b>W</b>	Zeitreihenmodelle beschreiben Beziehungen zwischen zu verschiedenen Zeitpunkten gemessenen Werten einzelner Größen.
<b>W</b>	GMM Verfahren benötigen keine Verteilungsannahmen.
<b>W</b>	GIVE Schätzer können in Situationen genutzt werden, in denen für die Schätzer keine analytischen Lösungen vorliegen.
<b>F</b>	Wenn der $p$ -Wert größer als das Signifikanzniveau $\alpha$ ist, wird $H_0$ verworfen.
<b>W</b>	Der kritische Wert der Durbin-Watson Teststatistik variiert mit der Anzahl der Regressoren im Modell.
<b>F</b>	Quadratische Matrizen haben keine Inverse.
<b>F</b>	Bei nichtlinearen Funktionen $g$ gilt für eine Zufallsvariable $Y$ , dass der Erwartungswert für $g(Y)$ gleich ist dem Funktionswert von $E(Y)$ , also $g(E(Y))$ .

**Aufgabe 6:**

**[15 Punkte]**

Wahr oder falsch? Begründen Sie Ihre Auffassung (Bsp.: "Stimmt, weil..." bzw. "Stimmt nicht, weil..."). Nur bei korrekter Begründung erhält jede richtige Antwort 1.5 Punkte; Angaben **ohne Begründung** werden **nicht gewertet**.

<b>W</b>	Eine $t$ -verteilte Zufallsvariable kann auf Basis zweier Zufallsvariablen mit unterschiedlichen Verteilungen berechnet werden. → $t$ -verteilte Zufallsvariablen werden aus je einer $\chi^2$ -verteilten und einer standardnormalverteilten Zufallsvariable abgeleitet.
<b>W</b>	Die Annahme statistischer Unabhängigkeit zwischen zwei Zufallsvariablen $X$ und $Y$ ist allgemeiner als die Annahme, dass der auf $Y$ bedingte Erwartungswert von $X$ identisch ist mit dem unbedingten Erwartungswert von $X$ . → statistische Unabhängigkeit schließt auch zweite Momente ein.
<b>W</b>	Mithilfe des linearen Regressionsmodells können Elastizitäten geschätzt werden. → wenn auf beiden Seiten der Gleichung logarithmierte Variablen genutzt werden.
<b>W</b>	Unter Ausnutzung von Werten zur Summe quadrierter Residuen lassen sich Hypothesen überprüfen. → z. B. Bestandteil der F-Teststatistik; oder Tests, in denen $R^2$ verwendet wird (Breusch-Pagan-Test, White-Test etc.)
<b>F</b>	Solange bei autokorrelierten Störtermen keine Heteroskedastie vorliegt, sind KQ Schätzer effizient. → auch bei ‚nur‘ autokorrelierten Störtermen ist der KQ-Schätzer bereits nicht mehr effizient.

Lehrstuhl für Statistik und emp. Wirtschaftsforschung, Prof. Regina T. Riphahn, Ph.D.  
Musterlösung zur Diplomprüfung Ökonometrie im SS 07

---

<b>W</b>	Bei autokorrelierten Störtermen führen verzögerte erklärende Variablen in der Modellspezifikation zu verzerrten Schätzern. → da die erklärenden Variablen mit dem Störterm korrelieren.
<b>W</b>	Wenn die Störterme des Regressionsmodells alle gleich Null sind, so beträgt der $R^2$ Wert 1. → da das Modell die gesamte Variation erklärt.
<b>W</b>	Damit sich eine Variable $Z$ als Instrumentvariable eignet, müssen zwei Bedingungen erfüllt sein. → 1) Korrelation mit endogener Variable; 2) unkorreliert mit Störterm.
<b>F</b>	Fixed effects und random effects Schätzer führen im Normalfall zu sehr ähnlichen Schätzergebnissen. → da z. B. zeitkonstante erklärende Variablen im fixed effects Modell gar nicht berücksichtigt werden können.
<b>W</b>	Heteroskedastie und Autokorrelation sind verwandte Phänomene. → beide Phänomene betreffen Annahmen an die Varianz des Störterms (Konsequenz: Beide führen zu falschen Standardfehlern).