

Ökonometrieprüfung WS 2013/2014

Fach: Ökonometrie

Prüfer: Prof. Regina T. Riphahn, Ph.D.

Vorbemerkungen:

- Bitte beachten Sie:** Es wird nur der Lösungsbogen eingesammelt und bewertet.
- Anzahl der Aufgaben:** Die Klausur besteht aus 5 Aufgaben, die alle bearbeitet werden müssen.
- Bewertung:** Es können maximal 90 Punkte erworben werden. Die maximale Punktzahl ist für jede Aufgabe in Klammern angegeben. Sie entspricht der für die Aufgabe empfohlenen Bearbeitungszeit in Minuten.
- Erlaubte Hilfsmittel:**
- Formelsammlung (ist der Klausur beigelegt)
 - Tabellen der statistischen Verteilungen (sind der Klausur beigelegt)
 - Taschenrechner
 - Fremdwörterbuch
- Wichtige Hinweise:**
- Sollte es vorkommen, dass die statistischen Tabellen, die dieser Klausur beiliegen, den gesuchten Wert der Freiheitsgrade nicht ausweisen, machen Sie dies kenntlich und verwenden Sie den nächstgelegenen Wert.
 - Sollte es vorkommen, dass bei einer Berechnung eine erforderliche Information fehlt, machen Sie dies kenntlich und treffen Sie für den fehlenden Wert eine plausible Annahme.

Aufgabe 1:**[15.5 Punkte]**

Sie interessieren sich für die Determinanten von Gewaltverbrechen in den Vereinigten Staaten von Amerika. Für Ihre Untersuchung steht Ihnen ein Datensatz aus dem Jahr 2000 zur Verfügung, der folgende Informationen zu den 51 Bundesstaaten (inkl. DC) enthält:

<i>murder</i>	Anzahl der Morde pro 1,000,000 Einwohner
<i>single</i>	Anteil alleinerziehender Eltern an der Bevölkerung (in %)
<i>poverty</i>	Anteil der Bevölkerung unter der Armutsgrenze (in %)
<i>metro</i>	Anteil der Bevölkerung, der in Städten lebt (in %)
<i>black</i>	Anteil von Schwarzen an der Bevölkerung (in %).

Sie schätzen das folgende Modell und erhalten den Output in der Tabelle:

$$murder_i = \beta_1 + \beta_2 single_i + \beta_3 poverty_i + \beta_4 metro_i + \epsilon_i \quad (1)$$

Source	SS	df	MS			
Model	4406.07392	3	1468.69131	Number of obs =	51	
Residual	1337.24762	47	28.452077	F(3, 47) =	51.62	
Total	5743.32154	50	114.866431	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.7672	
				Adj R-squared =	0.7523	
				Root MSE =	5.334	

	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
poverty	.4103166	.2033483	2.02	0.049	.0012325	.8194007
single	3.671722	.4541977	8.08	0.000	2.757994	4.58545
metro	.0673152	.0367589	1.83	0.073	-.0066341	.1412646
_cons	-43.24362	4.331617	-9.98	0.000	-51.95771	-34.52953

- Interpretieren Sie den Koeffizienten für *metro* inhaltlich und statistisch (1.5 Punkte).
- Führen Sie einen RESET-Test unter Verwendung von zwei zusätzlichen Regressoren mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1% durch. Beschreiben Sie Ihr Vorgehen, indem Sie Hilfsregression, Hypothesen, Teststatistik, Entscheidungsregel und Testentscheidung angeben. *Hinweis* : Verwenden Sie $R^2 = 0.966$ für das unrestringierte Modell. Runden Sie auf die dritte Nachkommastelle. (5 Punkte)
- Sie vermuten, dass der marginale Effekt von *poverty* höher ist in Bundesstaaten, in denen der Anteil der Bevölkerung, die in Städten lebt, größer ist. Wie können Sie diese Vermutung empirisch überprüfen? Stellen Sie ein Modell auf und nennen Sie den geeigneten Test, sowie die Null- und Alternativhypothese. (2 Punkte)
- Sie nehmen die Variable *black* in das Modell aus Gleichung (1) mit auf und erhalten nach neuer Schätzung eine Residuenquadratsumme ($\sum_{i=1}^N e_i^2$) von 1196.49. Testen Sie, ob die zusätzliche Variable einen signifikanten Einfluss hat. Geben Sie hierfür Hypothesen, Teststatistik, kritischen Wert (5% Signifikanzniveau) und Testentscheidung an. (5 Punkte)
- Unterstellen Sie, dass *black* einen signifikanten Einfluss auf die Mordrate hat. Unter welcher Bedingung ist der in Teilaufgabe a) gefundene KQ-Schätzer für β_4 auch im um *black* erweiterten Modell zu erwarten? (2 Punkte)

Aufgabe 2:**[12.5 Punkte]**

Sie untersuchen den Zusammenhang zwischen Naturkatastrophen und Wirtschaftswachstum mit australischen Zeitreihendaten von 1963 bis 2007. Der Datensatz enthält Informationen zu folgenden Größen:

<i>lgdp</i>	Logarithmiertes reales pro-Kopf Einkommen (in AUS\$)
<i>drought</i>	Anzahl von Dürreperioden
<i>earth</i>	Anzahl von Erdbeben
<i>flood</i>	Anzahl von Fluten
<i>storm</i>	Anzahl von Stürmen.

Sie schätzen das folgende Modell und erhalten den Output aus der nachfolgenden Tabelle:

$$lgdp_t = \beta_1 + \beta_2 drought_t + \beta_3 earth_t + \beta_4 flood_t + \beta_5 storm_t + \varepsilon_t \quad (2)$$

Source	SS	df	MS			
Model	.673272311	4	.168318078	Number of obs =	45	
Residual	2.00791409	40	.050197852	F(4, 40) =	3.35	
Total	2.6811864	44	.060936055	Prob > F =	0.0185	
				R-squared =	0.2511	
				Adj R-squared =	0.1762	
				Root MSE =	.22405	

lgdp	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
drought	.0056354	.1087128	0.05	0.959	-.2140813	.2253521
earth	-.1288623	.2317378	-0.56	0.581	-.5972218	.3394972
flood	.076982	.0992697	0.78	0.443	-.1236495	.2776136
storm	.0221671	.0066749	3.32	0.002	.0086767	.0356576
_cons	10.44963	.0959967	108.85	0.000	10.25561	10.64364

- Interpretieren Sie den geschätzten Parameter für β_4 inhaltlich und statistisch (1.5 Punkte).
- Warum könnte in diesem Fall Autokorrelation vorliegen? Erläutern Sie kurz zwei Gründe anhand eines Beispiels (2 Punkte).
- Führen Sie einen Durbin-Watson Test auf positive Autokorrelation am 5% Signifikanzniveau durch. Geben Sie Null- und Alternativhypothesen, Entscheidungsregel mit kritischen Werten, die Teststatistik, und das Testergebnis an. Hinweis: $\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2 = 1.002$. (6 Punkte)
- Sie unterstellen für das Modell $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t$ einen autoregressiven Störtermprozess erster Ordnung: $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + v_t$, wobei $v \sim N(0, \sigma_v^2)$. Stellen Sie das transformierte Modell für den Cochrane-Orcutt-Schätzer auf. (3 Punkte)

Aufgabe 3: (16 Punkte)

Nachfolgend geht es um Eigenschaften von Schätzverfahren. Dabei bezeichnet b den KQ-Schätzer des Populationsparameters β . Die Varianz des Störterms in der Population ist σ^2 .

- Definieren Sie Unverzerrtheit verbal. (1 Punkt)
- Zeigen Sie formal, dass der KQ Schätzer $b = (X'X)^{-1}X'y$ unter den Annahmen A1 und A2 ein unverzerrter Schätzer des Populationsparameters β im Modell $y = X\beta + \varepsilon$ ist. (3 Punkte)
- Erläutern Sie verbal, wann ein Schätzer konsistent ist. (2 Punkte)
- Zeigen Sie anhand der Ungleichung von Tschebycheff $P[|z - E(z)| > \delta] < \frac{V(z)}{\delta^2}$ mit Zufallsvariable z und $\delta > 0$, dass der unverzerrte KQ-Schätzer konsistent ist. (Hinweis: $V(b) = \sigma^2(X'X)^{-1}$) (5 Punkte)

e) Es seien die Störterme unabhängig und identisch verteilt (iid) aber nicht normalverteilt. Welche Folgen hat das für die Durchführung von t-Tests bei Stichprobenumfang $N \rightarrow \infty$? Begründen Sie. (3 Punkte)

f) Sei $Var[\varepsilon] = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ eine 3x3 Matrix. Welche Einträge a_{ij} in $Var[\varepsilon]$ nehmen gleiche Werte an, falls

- i. die Gauß-Markov-Annahmen gelten,
- ii. Heteroskedastizität und Autokorrelation gleichzeitig vorliegen? (2 Punkte)

Aufgabe 4 (16 Punkte)

Beschäftigte kleiner Unternehmen haben geringere Löhne und ein höheres Arbeitslosenrisiko als Beschäftigte großer Unternehmen. Ihnen liegen Querschnittsdaten für eine Stichprobe deutscher Arbeitnehmer vor und Sie möchten bestimmen, wodurch die Wahrscheinlichkeit beeinflusst wird, in einem kleinen Unternehmen zu arbeiten. Folgende Informationen sind in Ihren Daten erhalten:

size1 Indikator=1 für Beschäftigte in kleinen Unternehmen (weniger als 20 Mitarbeiter), 0 sonst
yedu Anzahl der Jahre in Ausbildung
age Alter in Jahren
male Indikator=1 für Männer, 0 sonst.

Deskriptive Statistiken der Stichprobe:

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
size1	42203	0.239	.4264848	0	1
yedu	42203	12.503	2.44255	7	18
age	42203	40.606	10.35537	18	65
male	42203	0.564	.495928	0	1

Eine Regression liefert folgendes Ergebnis:

```

Logistic regression                               Number of obs   =   42203
                                                    LR chi2(3)      =   ?
                                                    Prob > chi2     =   0.0000
Log likelihood = -22538.562                       Pseudo R2      =   0.0289
    
```

Variable	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
size1					
yedu	-.1161305	.0053595	-21.67	0.000	-.1266349 - .1056261
age	-.0163616	.0011264	-14.53	0.000	-.0185693 - .014154
male	-.5679764	.0232192	-24.46	0.000	-.6134851 - .5224677
_cons	1.228497	.0816787	15.04	0.000	1.06841 1.388584

- a) Unterstellen Sie, dass in kleinen Unternehmen geringere Löhne gezahlt werden als in großen Unternehmen. Liefern die Schätzergebnisse Erklärungen für die vielfach dokumentierten Lohnvorteile von Männern gegenüber Frauen? Begründen Sie kurz. (2 Punkte)
- b) Berechnen und interpretieren Sie den marginalen Effekt des Alters am Mittelwert der Kovariaten inhaltlich. Runden Sie alle Werte auf die dritte Nachkommastelle. (3 Punkte)
- c) Berechnen und interpretieren Sie den Unterschied in der Wahrscheinlichkeit in einem kleinen Unternehmen zu arbeiten zwischen Frauen mit Hochschulabschluss ($yedu=17$) und Männern mit 13 Jahren Bildung. Unterstellen Sie Stichprobenmittelwerte für die anderen Merkmale. Hinweis: $P(y_i = 1|x_i) = F(x_i'\beta) = \frac{\exp^{x_i'\beta}}{1+\exp^{x_i'\beta}} = \frac{1}{1+\exp^{-x_i'\beta}}$. Runden Sie alle Werte auf die dritte Nachkommastelle. (7 Punkte)

- d) Beurteilen Sie die Signifikanz des Modells anhand eines Likelihood-Ratio-Tests am 1% Niveau. Geben Sie Null- und Alternativhypothesen, Entscheidungsregel mit kritischem Wert und Testergebnis an. Hinweis: Ein Modell, das nur mit einer Konstanten geschätzt wurde, liefert einen Wert der Log-Likelihood-Funktion von -23209. (4 Punkte)

Aufgabe 5 - MC Fragen

[30 Punkte]

Bitte geben Sie die zutreffende Antwort **auf Ihrem Multiple-Choice-Lösungsblatt** an. **Angaben auf dem Aufgabenblatt werden nicht gewertet.** Zu jeder Frage gibt es genau eine richtige Antwort. Für jede korrekt beantwortete Frage erhalten Sie einen Punkt. Falsche Antworten führen nicht zu Punktabzug. Bei mehr oder weniger als einer markierten Antwort auf eine Frage gilt diese als nicht beantwortet.

1.	Der Breusch-Pagan Test
a	ist ein allgemeinerer Test als der White-Test.
b	unterstellt eine konkrete Form der Heteroskedastie.
c	multipliziert nach einer Regression der quadrierten Residuen auf die erklärenden Variablen das R^2 mit der Stichprobengröße.
d	verwendet folgende Hilfsregression: $y_i = \mathbf{x}'_i\beta + \alpha_2\hat{y}_i^2 + \alpha_3\hat{y}_i^3 + v_i$

2.	Welche Möglichkeiten haben Sie, um Heteroskedastie- und Autokorrelationsprobleme zu lösen?
a	Respezifizierung des ursprünglichen Modells.
b	Korrektur der KQ-Standardfehler.
c	Ableitung eines BLUE-Schätzers.
d	Alle Antworten sind korrekt.

3.	Der Breusch-Godfrey Test auf Autokorrelation
a	ist bei der Berücksichtigung von verzögerten endogenen Variablen nicht durchführbar.
b	ist auch bei nicht-normalverteilten Störtermen gültig.
c	eignet sich nicht zum Testen auf Autokorrelation höherer Ordnung.
d	besitzt für gegebene Freiheitsgrade keine allgemein gültigen kritischen Werte.

4.	Bei gleichzeitigem Vorliegen von Heteroskedastie und Autokorrelation
a	können Störterme identisch und unabhängig verteilt sein.
b	gilt das Gauss-Markov-Theorem nicht.
c	ist der KQ-Schätzer verzerrt.
d	ist die Varianz-Kovarianz-Matrix des Störterms eine diagonale Matrix.

5.	Ein RESET-Test
a	überprüft, ob lineare Kombinationen der erklärenden Variablen einen signifikanten Erklärungsgehalt enthalten.
b	kann mit Hilfe eines F-Tests durchgeführt werden.
c	überprüft, ob nicht-lineare Kombinationen der abhängigen Variablen einen signifikanten Erklärungsgehalt enthalten.
d	liefert Hinweise auf Ursache von Fehlspezifikation.

6.	Bei Autokorrelation mit moving average Störprozessen der Form $\varepsilon_t = v_t + v_{t-1}$ und $T \geq 3$
a	gibt es Fehlerterme, die miteinander korreliert sind.
b	gibt es Fehlerterme, die nicht miteinander korreliert sind.
c	ist die Varianz $Var(\varepsilon_t)$ konstant, wenn v_t den Gauß-Markov-Bedingungen genügt.
d	alle Antworten sind richtig.

7.	Der kritische Wert eines Breusch-Godfrey-Tests auf Autokorrelation zweiter Ordnung gegeben die Hilfsregression $e_t = \alpha + \rho_1 e_{t-1} + \rho_2 e_{t-2} + v_t$ beträgt bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10%
a	0.02.
b	2.21.
c	4.61.
d	9.21.

8.	Der Prais-Winsten Schätzer
a	nutzt die gleiche Beobachtungszahl wie der Cochrane-Orcutt Schätzer.
b	ist effizienter als der Cochrane-Orcutt Schätzer.
c	nutzt weniger Informationen als der Cochrane-Orcutt Schätzer.
d	gehört nicht zur Klasse der BLUE (best linear unbiased estimator).

9.	Der Durbin-Watson Test
a	ist auch in kleinen Stichproben gültig.
b	ist bei positiver Autokorrelation nicht durchführbar.
c	ist gültig, wenn das Modell verzögerte endogene Variablen enthält.
d	eignet sich zum Testen auf Autokorrelation höherer Ordnung.

10.	Das Bestimmtheitsmaß R^2 im einfachen linearen Regressionsmodell
a	ist genauso groß wie das korrigierte Bestimmtheitsmaß.
b	berücksichtigt die zur Schätzung benötigten Freiheitsgrade.
c	kann größer als 1 werden.
d	gibt das Verhältnis von erklärter Variation zu Gesamtvariation der abhängigen Variablen an.

11.	Ein Strukturbruchtest testet, ob
a	das unrestringierte Modell fehlende Variablen aufweist.
b	Autokorrelation vorliegt.
c	sich Steigungsparameter für verschiedene Gruppen unterscheiden.
d	ein moving average Störtermprozess höherer Ordnung vorliegt.

12.	Im log-linearen Modell $\ln(y_i) = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$
a	kann y_i keine 0/1 kodierte Indikatorvariable sein.
b	wird b_2 als Elastizität interpretiert.
c	werden prozentuale Änderungen von x_i betrachtet.
d	ist die abhängige Variable eine nicht-lineare Funktion von x_i .

13.	Das Informationskriterium BIC
a	kann nicht zum Vergleich nicht-genesteter Modelle verwendet werden.
b	steigt, wenn zusätzliche Regressoren dem Modell hinzugefügt werden (bei gegebener Fehlerquadratsumme und Beobachtungszahl).
c	nimmt ausschließlich negative Werte an.
d	berechnet sich aus einer Funktion der Fehlerquadratsumme und Steigungsparameter.

14.	Im Log-log-Modell $\ln(y_i) = \beta_1 + \beta_2 \ln(x_i) + \varepsilon_i$ mit $\beta_2 < 0$
a	gibt der Koeffizient b_2 eine Elastizität an.
b	hat das R^2 keine sinnvolle Interpretation.
c	ist der Logarithmus von y_i eine nicht-lineare Funktion des Logarithmus von x_i .
d	besteht ein linearer Zusammenhang zwischen y_i und x_i .

15.	Für das Modell der Lebenszufriedenheit $lifesat_i = \beta_1 + \beta_2 \text{alter}_i + \beta_3 \text{alter}_i^2 + \varepsilon_i$ liefert eine KQ-Schätzung: $b_1 = 7.5$, $b_2 = 0.22$, $b_3 = -0.005$. Der marginale Effekt des Alters auf die Lebenszufriedenheit
a	beträgt für jedes Alter 0.215.
b	ist negativ für $\text{Alter}_i = 15$.
c	ist positiv für $\text{Alter}_i = 25$.
d	ist negativ für $\text{Alter}_i = 35$.

16.	Bei perfekter Multikollinearität
a	hat $X'X$ nicht vollen Rang.
b	ist $X'X$ invertierbar.
c	liegt in der Regel Heteroskedastie vor.
d	sollten weitere Variablen ins Modell aufgenommen werden.

17.	Das Maximum-Likelihood Schätzverfahren
a	ist unter bestimmten Annahmen BLUE.
b	bestimmt die geschätzten Parameter so, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Typ I Fehlern minimiert wird.
c	erreicht die Cramer-Rao-lower bound.
d	kann bei stetigen abhängigen Variablen nicht angewendet werden.

18.	Welche Aussage ist richtig?
a	Der Likelihood-Ratio-Test hat N Freiheitsgrade.
b	Die Teststatistik des t-Tests folgt asymptotisch der χ^2 -Verteilung.
c	Asymptotisch sind Wald-, Likelihood-Ratio- und Lagrange-Multiplier-Tests äquivalent.
d	Zur Durchführung eines Wald-Tests ist die zweimalige Schätzung eines Modells (d.h. mit bzw. ohne Restriktion) notwendig.

19.	Welche Verteilungsfunktion ist symmetrisch?
a	Die Normalverteilung.
b	Die Standardnormalverteilung.
c	Die t -Verteilung.
d	Alle genannten Verteilungen.

20.	Als Informationsmatrix bezeichnet man
a	die Varianz-Kovarianz Matrix des KQ-Schätzers.
b	die Inverse der asymptotischen Varianz-Kovarianz Matrix des Maximum-Likelihood Schätzers.
c	die Varianz-Kovarianz Matrix der Störterme.
d	keine der Antworten ist richtig.

21.	Sie schätzen folgendes Modell: $y_i = \beta_1^* + \beta_2^*x_i + \varepsilon_i^*$, obwohl das wahre Modell $y_i = \beta_1 + \beta_2x_i + \beta_3z_i + \varepsilon_i$ lautet mit $\beta_2, \beta_3 > 0$. Sei $\text{cov}(y, x) > 0$ und $\text{cov}(x, z) = 0$. Dann ist
a	$E[b_2^*] = \beta_2$.
b	$E[b_2^*] > \beta_2$.
c	$E[b_2^*] < \beta_2$.
d	Keine der Antworten ist korrekt.

22.	Sie schätzen eine Konsumfunktion der Form $\text{consum}_i = \beta_1 + \beta_2 \text{income}_i + \varepsilon_i$, wobei der monatliche Konsum (in 1000 Euro) auf monatliches Einkommen (in Euro) regressiert wird. Sie erhalten nach einer KQ Schätzung $b_2 = 0.00085$. Wenn das monatliche Einkommen um
a	1 Euro steigt, so steigt der Konsum um 0.00085 Euro ceteris paribus im Mittel.
b	1 Euro steigt, so steigt der Konsum um 0.085 Euro ceteris paribus im Mittel.
c	1000 Euro ansteigt, so steigt der Konsum um 850 Euro ceteris paribus im Mittel.
d	1000 Euro steigt, so steigt der Konsum um 0.85% ceteris paribus im Mittel.

23.	Bei Gültigkeit der Annahmen A1 bis A5 folgt die t-Teststatistik
a	immer der t-Verteilung.
b	nur approximativ der t-Verteilung.
c	unter H1 exakt der t-Verteilung.
d	unter H0 exakt der t-Verteilung.

24.	Ein Typ II Fehler bezeichnet die Wahrscheinlichkeit
a	eine wahre Nullhypothese abzulehnen.
b	eine falsche Nullhypothese nicht abzulehnen.
c	eine falsche Nullhypothese abzulehnen.
d	eine wahre Nullhypothese nicht abzulehnen.

25.	Ein Typ II Fehler kann reduziert werden durch
a	eine kleinere Stichprobe.
b	Reduzierung des Typ I Fehlers.
c	Erhöhung des Typ I Fehlers.
d	einen schnelleren Rechner.

26.	Logit und Probit Schätzer
a	ergeben identische Koeffizienten.
b	ergeben identische marginale Effekte.
c	machen identische Annahmen bezüglich der Fehlertermverteilung.
d	werden nicht bei stetigen abhängigen Variablen angewendet.

27.	Sie schätzen das Modell $\ln y = \beta x + \varepsilon$ mit KQ und erhalten $b = 0.02$. Ceteris paribus und im Mittel gilt: wenn x um...
a	1% steigt, so steigt y um 2%.
b	0.02 Einheiten steigt, so steigt y um 1%.
c	1 Einheit steigt, so steigt y um 2%.
d	1% steigt, so steigt y um 0.02%.

28.	Das korrigierte Bestimmtheitsmaß im multiplen Regressionsmodell
a	ist immer kleiner als das Bestimmtheitsmaß R^2 .
b	entspricht dem Verhältnis der Störtermvariation zur Gesamtvariation an.
c	entspricht dem Verhältnis erklärter Variation zur Gesamtvariation an.
d	wird durch den Kleinstquadrateschätzer minimiert.

29.	Mittlere bedingte Unabhängigkeit der zwei Zufallsvariablen X_i und Y_i impliziert,
a	dass die Korrelation zwischen X_i und Y_i gleich 0 ist.
b	dass X_i und Y_i unabhängig sind.
c	dass $\sum_i X_i \cdot Y_i = 0$.
d	dass $X_i = Y_i = 0$.

30.	Bei unabhängigen Beobachtungen entspricht die Likelihoodfunktion
a	dem Produkt der individuellen Dichten der beobachteten abhängigen Variablen.
b	der Summe der individuellen Dichten der beobachteten abhängigen Variablen.
c	dem Logarithmus der individuellen Dichten der beobachteten abhängigen Variablen.
d	der Summe der quadrierten individuellen Dichten der beobachteten abhängigen Variablen.